

臺中市立臺中第二高級中等學校

107 學年度 第 2 學期 3 年級 2,3 類組 數學 科 第 1 次期中考試題

本科電腦代碼： 11 3 年 班 姓名 座號 號

注意：答案卷與答案卡未寫或未劃記正確或未在規定位置填寫班級、姓名、座號者，該科成績扣五分登記。

本試卷計 1 張共 2 面

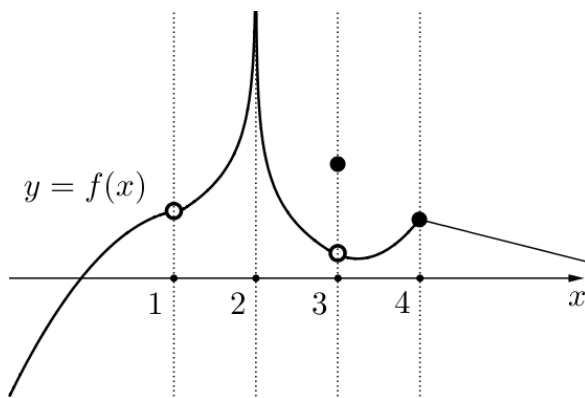
註 1：總分 103 分，超過 100 分以 100 分計算。

註 2：符號 $[x]$ 表示小於或等於 x 的最大整數。

一、是非題(每格 2 分)

函數 $f(x)$ 的圖形如圖所示，其中 $x=2$ 為漸近線。試判斷下列敘述的真偽。

正確請畫「○」，錯誤請畫「×」。

1. ____ 函數 $f(x)$ 在 $x=1$ 有極限值2. ____ 函數 $f(x)$ 在 $x=1$ 可微3. ____ 函數 $f(x)$ 在 $x=2$ 有極限值4. ____ 函數 $f(x)$ 在 $x=2$ 連續5. ____ 函數 $f(x)$ 在 $x=2$ 可微6. ____ 函數 $f(x)$ 在 $x=3$ 有極限值7. ____ 函數 $f(x)$ 在 $x=3$ 可微8. ____ 函數 $f(x)$ 在 $x=3$ 連續9. ____ 函數 $f(x)$ 在 $x=4$ 有極限值10. ____ 函數 $f(x)$ 在 $x=4$ 可微

二、多重選擇題(每題全對給 6 分，錯 1 個選項給 4 分，錯 2 個選項給 2 分，其餘情形 0 分)

1. 下列哪些數列是收斂數列？

(A) $\left\langle \frac{(n+1000)^3}{n^3-1} \right\rangle$

(B) $\left\langle \frac{3^{2n}+4^{n+1}}{5^n+6^n} \right\rangle$

(C) $\langle \cos n\pi \rangle$

(D) $\langle \sin n\pi \rangle$

(E) $\left\langle \frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \cdots + \frac{n}{n} \right\rangle$

2. 下列哪些選項等於 $f'(1)$ ？

(A) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

(B) $\lim_{f(x) \rightarrow f(1)} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

(C) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$

(D) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1-2h)}{5h}$

(E) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1+2h)}{h}$

3. 設 a, b 皆為實數，且函數 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & x > 1 \\ a, & x = 1 \\ x^2 + b, & x < 1 \end{cases}$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) $f(x)$ 在 $x=1$ 的右極限為 4
- (B) 若 $f(x)$ 在 $x=1$ 有極限值，則 $b=3$
- (C) 若 $f(x)$ 在 $x=1$ 連續，則 $a=4$
- (D) 若 $a=4$ ，則 $f(x)$ 在 $x=1$ 連續
- (E) 不管 a, b 為任何實數， $f(x)$ 在 $x=1$ 必沒有導數

三、填充題(每格 5 分)

1. 函數 $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x+1}$ 的定義域為 $\{x \in R \mid \underline{(A)}\}$ 。

2. 已知函數 $f(x) = \frac{x-1}{x}$, $g(x) = \frac{1}{x+1}$ ，則 $(f \circ g)(x) = \underline{(B)}$ 。

3. 設 a, b 皆為實數，若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 9}{x-3} = 12$ ，則 $(a, b) = \underline{(C)}$ 。

4. 設 a, b 皆為實數，若 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 + bx + 9}{x-3} = 12$ ，則 $(a, b) = \underline{(D)}$ 。

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 3x - 1| - |2x - 1|}{x - 2} = \underline{\text{(E)}}$ 。

6. 若 $f(x) = (x - 2)(2x - 3)(3x - 4)(4x - 5)$ ，則 $f'(2) = \underline{\text{(F)}}$ 。

7. 若 x 為實數且 $\sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1}(-3x + 2) = 2x$ ，則 $x = \underline{\text{(G)}}$ 。

8. 已知多項式函數 $f(x)$ 除以 $(x - 1)^2$ 的餘式為 $5x$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{x - 1} = \underline{\text{(H)}}$ 。

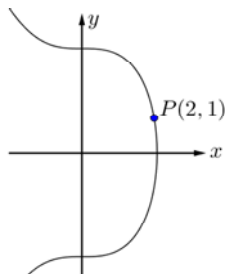
9. 設 L 為過點 $(1, -7)$ 且與函數 $f(x) = x^3 - 3x$ 相切的直線，則 L 的斜率為 $\underline{\text{(I)}}$ 。

10. 袋中有 3 顆白球，4 顆黑球，甲、乙輪流取 1 球，取後放回後再由對方取球，直到有人取到白球即停止。若甲在第 k 次才取到白球，則給獎金 2^k 元，今由甲先取，則甲獲得獎金的期望值為 (J)。

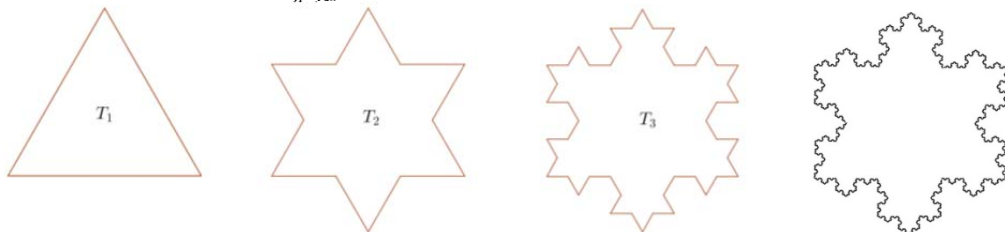
11. 將方程式 $2^{-x} = x - [x]$ 的所有正實根由小到大排列，得一無窮數列 a_1, a_2, a_3, \dots ，則

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} - a_n) = \text{(K)}。$$

12. 已知方程式 $x^3 + y^2 = 9$ 的圖形如下， $P(2,1)$ 為圖形上一點，則以 P 點為切點的切線斜率為 (L)。



13. 瑞典數學家科赫在 1904 年介紹一種曲線的作法：若 T_1 是邊長等於 1 之正三角形；以 T_n 每一邊中間三分之一的線段為一邊向外作正三角形，然後將該三分之一線段抹去，所得的多邊形為 T_{n+1} ， $n = 1, 2, 3, \dots$ ，如下圖所示，其形態似雪花，稱為科赫雪花(Koch snowflake)。令 a_n 表示 T_n 的面積，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \text{(M)}$ 。



臺中市立臺中第二高級中等學校

107 學年度 第 2 學期 3 年級 2,3 類組 數學 科 第 1 次期中考答案卷

本科電腦代碼： 11 3 年 班 姓名 座號 號

注意：答案卷與答案卡未寫或未劃記正確或未在規定位置填寫班級、姓名、座號者，該科成績扣五分登記。

本答案卷計 1 張共 1 面

一、是非題(每格 2 分)

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.

二、多重選擇題(全對得 6 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，其餘情況得 0 分)

1	2	3

四、填充題(每格 5 分)

(A)	(B)	(C)	(D)
(E)	(F)	(G)	(H)
(I)	(J)	(K)	(L)
(M)			

答案公佈表

臺中市立臺中第二高級中等學校

107 學年度第 2 學期 3 年級 2, 3 類組 數學 科 第 1 次期中考試題答案

一、是非題(每格 2 分)

1.	2.	3.	4.	5.
○	×	×	×	×
6.	7.	8.	9.	10.
○	×	×	○	×

二、多重選擇題(全對得 6 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，其餘情況得 0 分)

1	2	3
AD	ACDE	ABCE

四、填充題(每格 5 分)

(A)	(B)	(C)	(D)
$x \geq 1$ 或 $x < -1$	$-x$	$(0, 12)$	$(5, -18)$
(E)	(F)	(G)	(H)
-3	6	$\frac{1}{2}$	10
(I)	(J)	(K)	(L)
9	$\frac{42}{17}$	1	-6
(M)			
$\frac{2\sqrt{3}}{5}$			

附註：1.本表請隨同試題、**命題袋** 一併繳送教務處。

2.命題教師：

簽章

年 月 日